

2 ب ع ت فرض مراقب ذ:الرشيد

$$\arctan \theta \quad \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \sum_{i=1}^n X_i \quad \overline{AB} \cos^{-1} \theta \quad e^{i\theta} \quad C_n^p \quad \sqrt{a^2 + b^2} \quad \int_b^a f(x)dx \quad \sqrt{x}$$

**الجزء الأول :** نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بمايلي :  $g(x) = (\ln x)^2 - \ln x + 1$

1- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

2- ا- احسب  $g'(x) = \frac{2 \ln x - 1}{x}$  ( $\forall x \in ]0; +\infty[$ ) ثم اعط جدول تغيرات الدالة  $g$

ب- استنتج أن :  $(\forall x \in ]0; +\infty[) (g(x) > 0)$

**الجزء الثاني :** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بمايلي :  $f(x) = x - \frac{(\ln x)^2 + \ln x}{x}$

و ليكن  $(C_f)$  منحناها في معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  ثم أعط تأويلها هندسيا .

2- ا- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$  ( يمكن وضع  $t = \sqrt{x}$  )

ب- استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ج- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة الديكارتية  $y = x$  مقارب مائل لمنحنى

الدالة  $f$  بجوار  $+\infty$  .

3- ا- أدرس إشارة التعبير  $(\ln x)^2 + \ln x$  على  $]0; +\infty[$

ب- استنتج الوضع النسبي لمنحنى  $f$  و المستقيم  $(\Delta)$

4- ا- بين أن :  $(\forall x \in ]0; +\infty[) f'(x) = \frac{x^2 + g(x)}{x^2}$

ب- استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$  .

5- حدد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f$  عند النقطة  $A(1; f(1))$

6- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  ينتمي إلى المجال  $\left] e^{-1}; \frac{1}{2} \right[$

7- أنشئ المنحنى  $(C_f)$

8- حدد دالة أصلية لكل من الدالتين  $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$  و  $x \mapsto \frac{(\ln x)^2}{x}$

9- استنتج الدالة الأصلية للدالة  $f$  بحيث :  $F(1) = 2$

10- ا- بين أن الدالة  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  المطلوب تحديده .

ب- بين أن  $f^{-1}$  قابلة للاشتقاق في العدد  $e^{-1}$  ثم أحسب  $(f^{-1})'(e^{-1})$

**الجزء الثالث :**

$$\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (u_n)_n \text{ بحيث :}$$

1- بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > 1$

2- ادرس رتبة المتتالية  $(u_n)_n$